EJERCICIOS

1. Para cada una de las siguientes matrices calcular los subespacios propios, comprobar que los autovalores son todos reales y que los subespacios propios asociados a autovalores distintos son ortogonales. Diagonalizar ortogonalmente.

$$A_1 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 3 \\ 3 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}, A_4 = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Determinar si es verdadero o falso:

Para toda matriz $A \in \mathcal{M}_{n\times n}$ se verifica que:

a) La matriz $A^t\ A$ es ortogonalmente diagonalizable.

b) Todo autovalor de A tiene asociado un autovector unitario

c) Todos los subespacios propios de A tienen bases ortonormales

d) Se pueden obtener n autovectores de A que formen una base ortonormal

e) Si A es diagonalizable y además los subespacios propios asociados a autovalores distintos son ortogonales entonces A es ortogonalmente diagonalizable.